



Técnicas de Conteo



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Si el número de posibles resultados de un experimento es pequeño, es relativamente fácil listar y contar todos los posibles resultados. Al tirar un dado, por ejemplo, hay seis posibles resultados.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Las técnicas de conteo son aquellas que se usan para enumerar eventos difíciles de cuantificar. El principio fundamental en el proceso de contar ofrece un método general para contar el número de posibles arreglos de objetos dentro de un solo conjunto o entre varios conjuntos.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

- A. Principio multiplicativo
- B. Principio aditivo
- C. Permutación
- D. Combinación
- E. Diagrama de árbol



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Si desea realizar una actividad que conta de r pasos, en donde el primer paso de la actividad puede llevarse a cabo de N_1 formas, el segundo paso de N_2 formas, y el r -ésimo paso de E_r formas, entonces esta actividad puede ser realizada. El principio multiplicativo implica que cada uno de los pasos de la actividad deben efectuarse, uno tras otro.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Si un evento puede suceder de “n” maneras diferentes, el evento E_2 puede ocurrir de n_2 maneras diferentes, entonces el total de maneras distintas en que puede suceder el evento ocurren E_1 , E_2 y E_p es igual a producto.

$$n_1 \cdot n_2 \dots n_p \text{ maneras posibles}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

Se lanza un dado dos veces y se observan las caras resultantes. El primer dado puede caer de seis maneras diferentes (1,2,3,4,5,6) y el segundo dado también puede caer de seis maneras diferentes. Entonces, el número de maneras en que pueden caer ambos dados simultáneamente es:

$$6 * 6 = 36 \text{ resultados posibles}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PRINCIPIO ADITIVO

Si se desea hacer una actividad, la cual tiene formas alternativas de realizarse, donde la primera de ellas puede ser realizada de M formas, la segunda puede hacerse de N maneras... y la última de las alternativas puede efectuarse de W formas, entonces esa actividad puede ejecutarse de:

$$M + N + W = \text{maneras o formas posibles}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

Para viajar de México a Ensenada se puede optar por avión, tren o autobús, existen tres rutas para el avión, cuatro para el autobús y dos para el tren. ¿Cuántas rutas hay para viajar?

Los tres medios de transporte alternativos son disyuntivos a elegir, a optar por una de ellas las otras dos quedan excluidas, por lo tanto, es aplicable el principio aditivo. El número de maneras diferentes en que podemos viajar a Ensenada son:

$$3 + 4 + 2 = 9 \text{ maneras posibles}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIÓN

Es todo arreglo de elementos en donde nos interesa el lugar o posición que ocupa cada uno de los componentes que constituyen dicho arreglo.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIÓN DE “N” ELEMENTOS

Se le llama permutación de m elementos ($m = n$) a las diferentes agrupaciones que puede hacerse de esa cantidad de elementos, de forma que:

- Sí entran todos los elementos
- Sí importa el orden
- No se repiten los elementos

$$P_n = n!$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

¿Cuántos números de cinco cifras diferentes se pueden formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5?

$$P_5 = 5! = 120 \text{ cifras diferentes}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIÓN CIRCULAR

Es un caso particular de las permutaciones. Se utilizan cuando los elementos se han de ordenar “en circulo”, por ejemplo, los comensales en una mesa, de modo que el primer elemento que “se sitúe” en la muestra determina el principio y el final de la misma.

$$P_c = (n - 1)!$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas alrededor de una mesa redonda?

$$P_{c8} = (8 - 1)! = 5040 \text{ formas distintas}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIÓN CON REPETICIÓN

Permutaciones con repetición de “n” elementos es cuando se tienen elementos iguales o repetidos, es decir, son los distintos grupos que pueden formarse con esos “n” elementos, de forma que:

- Sí entran todos los elementos
- Sí importa el orden
- Sí se repiten los elementos

$$P_{rep} = \frac{n_t!}{n_1! * n_2! ... n_n!}$$

n_t = total de elementos



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

En el palo de señales de un barco se pueden izar tres banderas rojas, dos azules y cuatro verdes. ¿Cuántas señales distintas pueden indicarse con la colocación de las nueve banderas?

$$n_t = 3 + 2 + 4 = 9$$

$$P_{rep} = \frac{9!}{3! * 2! * 4!} = 1260 \text{ señales distintas}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PERMUTACIÓN DE UN SUBCONJUNTO

En este tipo de permutación se toma un subconjunto del conjunto de elementos, tiene que haber un orden, por lo que se pueden tener varias permutaciones con los mismos elementos elegidos.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n - r)!}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

¿De cuántas formas pueden ordenarse los siete colores del arcoíris tomándolos de tres en tres?

$${}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = 210 \text{ formas distintas}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

COMBINACIÓN

Las combinaciones se conforman con una selección de elementos de un conjunto teniendo en cuenta que no importa el orden en que se colocan o se escogen.

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n - r)! r!}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

$${}^{35}C_3 = \frac{35!}{(35 - 3)! 3!} = 6545 \text{ formas distintas}$$



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DIAGRAMA DE ÁRBOL

El diagrama de árbol es una representación gráfica que muestra los resultados posibles de una serie de experimentos, cuando no sólo es necesarios saber cuántos sino cuáles. Para la construcción de un diagrama de árbol se empieza poniendo una rama para cada una de las posibilidades de un primer conjunto o evento.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

DIAGRAMA DE ÁRBOL

Al final de cada rama parcial se constituye, a su vez, un nudo del cual parten nuevas ramas, según las posibilidades del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

¿Cuántas palabras con significado se pueden formar con las letras de la palabra amor?

Con el diagrama de árbol podemos saber cuántas y cuáles palabras tienen significado.



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejemplo

Amor – palabra inicial

Armo – del verbo armar

Mora – fruta

Omar – nombre propio

Ramo – manojo de flores, área disciplinar

Roma – país de Europa

5 palabras con significado

Aparte de la palabra amor

